



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”  
Multidisciplinario  
10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México  
ISBN: 978-607-95635

# Agrupamiento de Partículas Usando Caracterización de la Trayectoria

Carlos Juárez Toledo (cjuarezt@uaemex.mx), Irma Martínez Carrillo e Irma  
Hernández Casco

Universidad Autónoma del Estado de México, UAP Tianguistenco



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”  
Multidisciplinario  
10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México  
ISBN: 978-607-95635

**Resumen** — La identificación automática y el seguimiento de las trayectorias de movimiento de las partículas es un proceso complicado para lo cual la industria ha propuesto algunas soluciones. En este trabajo se utiliza un método de agrupación jerárquica en línea basado en técnicas de reconocimiento de patrones para el agrupamiento automático del tamaño de partículas.

Utilizando el concepto de mínima distancia entre las trayectorias de partículas en flujo laminar, una estructura jerárquica de clústeres del sistema puede ser utilizado para la determinación en línea del comportamiento dinámico. Los resultados obtenidos del análisis de la agrupación indicaron una fuerte dependencia entre la proporción de las características individuales y su trayectoria dinámica.

La técnica se evaluó mediante un programa computacional de simulando un canal recto de agua con flujo laminar. Ejemplos numéricos ilustran el método y demuestran la capacidad de la técnica de agrupación para aislar y extraer la distribución de tamaño de las partículas. Se muestra que la segmentación y el análisis de la trayectoria identifican correctamente el comportamiento dinámico de las partículas, permitiendo la agrupación coherente en forma automatizada.

**Palabras claves** — distribución del tamaño de partícula, métodos de agrupamiento sistemas y sistemas jerárquicos.

**Abstract**— Automatic identification and tracking of particles motion trajectories is a challenging problem for which few approaches have been proposed in may



## “CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

industrial process. In this paper, an on-line hierarchical clustering method based on pattern recognition techniques is proposed for the automated clustering of Particle size distribution.

Using the concept of minimum average distance between trajectories of Particles in laminar flow, a hierarchical clustered structure of the system can be used for on-line determination of the dynamic behavior. The derived expressions indicated a strong dependence on the percentage of chains and their dynamic trajectory inside the Clustering Analysis.

The technique developed is applied in straight channel. Numerical examples illustrate the method and demonstrate the ability of the clustering technique to isolate and extract the particle size distribution. It is shown that automated trajectory segmentation correctly identifies system dynamic behavior, enabling coherency analysis to be performed on an automated fashion.

**Index Terms**— Particle size distribution, Clustering methods, Hierarchical systems.

## Introducción

Los comportamientos dinámicos de las partículas en movimiento pueden ser afectados por las acciones de control o efectos no lineales. Como resultado, los grupos se encuentran evolucionando en el tiempo provocando cambios bruscos en la topología del sistema.

La clasificación de las partículas en grupos significativos de agrupamiento usando el Análisis de tamaño de partículas de distribución (PSDA) puede ser utilizado en numerosas aplicaciones de procesos industriales [1] y [2].

La clasificación por medio de la teoría del PSDA de un material puede ser importante en la comprensión de sus propiedades físicas y químicas. Afectando



## “CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

directamente a las propiedades eléctricas, químicas y físicas.

Comúnmente en los procesos industriales se necesita controlar estrechamente el agrupamiento de partículas para garantizar la homogeneidad del material terminado, algunos ejemplos son como la fabricación de medicamentos, tóner de la impresora, cosméticos, etc. [3].

En los últimos años, una gran cantidad de técnicas de agrupamiento basados en el análisis del comportamiento de la trayectoria se han desarrollado aplicado concretamente a los modelos de energía a gran escala PSDA.

En los primeros trabajos sobre la identificación PSDA se basó en el análisis granulométrico; la prueba consiste en la medición volumétrica para evaluar la distribución del tamaño de partícula de un material granular, garantizando la homogeneidad del material.

En la actualidad, y a pesar de que la mayoría de procesos industriales son controlados por un ordenador computacional es posible que el operario pueda de forma manual modificar los parámetros de agrupación de partículas, proporcionando así el máximo rendimiento (químico, físico o eléctrico) obtenible en función del tamaño de partícula óptimo.

En este trabajo se propone un método de agrupación jerárquica en línea basado en técnicas de reconocimiento de patrones para la agrupación automática de trayectorias de un sistema en movimiento. La formulación propuesta representa trayectorias de las partículas.

Para la evaluación de la teoría planteada en el artículo se utilizó un modelo computacional el cual consiste en suspender partículas dentro de un canal de agua con un fluido laminar, tomando en cuenta el modelo de la trayectoria de movimiento Newtoniano.

Cabe destacar que el prototipo físico funcionando se encuentra en el



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

proceso final de construcción y, en un futuro se pretende llevar a cabo la comparación del modelo matemático presentado en el actual trabajo contra el modelo físico de laboratorio.

## Metodología

### a) Agrupación usando la definición de movimiento de trayectorias

Una manera práctica de identificar los grupos es suponiendo que existen un conjunto de  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_q\}$  de  $q$  objetos o trayectorias con un  $m$  características medibles o calculadas descritas en la forma  $Ch = \{ch_1, ch_2, \dots, ch_m\}$ .

En este contexto podemos asociar  $m$  características representadas por sus parámetros dinámicos como podrían ser la velocidad, posición, aceleración o alguna combinación de ellas. En la siguiente tabla 1 describimos los  $q$  objetos con las  $m$  características medibles.

**Tabla 1**

Representación de los  $Q$  objetos asociando las  $m$  características

	$Q_1$	$Q_2$	...	$Q_r$	...	$Q_q$
$ch_1$	$X_{11}$	$X_{21}$	...	$X_{r1}$	...	$X_{q1}$
:	:	:	...	:	...	:
$ch_k$	$X_{1k}$	$X_{2k}$	...	$X_{rk}$	...	$X_{qk}$
:	:	:	...	:	...	:
$ch_m$	$X_{1m}$	$X_{2m}$	...	$X_{rm}$	...	$X_{qm}$

Tomando ahora  $X_r(t)$  como un vector que describe el movimiento del objeto seleccionado correspondiente a la particular  $Q$  la información puede ser planteada de la siguiente manera en una matriz de  $nxq$  [4].



## “CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

$$\mathbf{U} = [\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{X}_r \quad \cdots \quad \mathbf{X}_q] = \begin{bmatrix} X_1(t_1) & X_2(t_1) & \cdots & X_r(t_1) & \cdots & X_q(t_1) \\ X_1(t_2) & X_2(t_2) & \cdots & X_r(t_2) & \cdots & X_q(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1(t_n) & X_2(t_n) & \cdots & X_r(t_n) & \cdots & X_q(t_n) \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

donde  $t = 1, \dots, n$  es el tiempo discreto.

La idea principal del artículo es que en cada instante del tiempo se realice un agrupamiento de los objetos con mayor similitud en su comportamiento dinámico, tomando en cuenta las características medibles *ch*.

Para ser de interés general y de utilidad práctica, el proceso debe llevarse a cabo sin ningún tipo de conocimiento previo sobre el número y el contenido de los grupos que se obtienen. Además la agrupación obtenida también debe ser dinámica, en el sentido de que los grupos deben evolucionar a través del tiempo para que coincida con los cambios en el sistema [5].

### b) Medidas de similitud

Suponga que  $\mathbf{X}_u(t)$  y  $\mathbf{X}_v(t)$  representan la evolución en el tiempo de dos trayectorias de dos partículas de (1), con los siguientes componentes

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_u(t) &= [X_u(t_1), X_u(t_2), \dots, X_u(t_l), \dots, X_u(t_n)]^T \\ \mathbf{X}_v(t) &= [X_v(t_1), X_v(t_2), \dots, X_v(t_l), \dots, X_v(t_n)]^T \end{aligned} \quad (2)$$

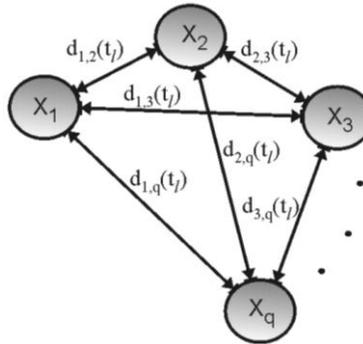
La distancia euclidiana entre estas muestras ( $\mathbf{x}_u(t_l)$  y  $\mathbf{x}_v(t_l)$ ) en un tiempo determinado  $l$  es

$$d_{u,v} = \|\mathbf{x}_u(t_l), \mathbf{x}_v(t_l)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^m (X_{uk}(t_l) - X_{vk}(t_l))^2} \geq 0 \quad (3)$$

La teoría PSDA se basa en el análisis de los vectores de distancia entre trayectorias [6] y [7]. La siguiente figura ilustra las combinaciones posibles de la matriz (1) por medio de una representación de todos contra todos [8], [9] y [10].

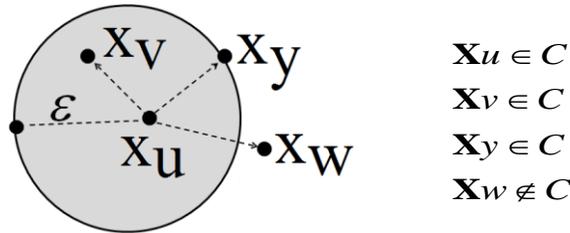


“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”  
 Multidisciplinario  
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México  
 ISBN: 978-607-95635



**Figura 1.** Representación de todos contra todos en un tiempo  $t_l$ .

Una medida de similitud puede ser planteada de la siguiente manera [11], [12] y [13]. Dos trayectorias  $\mathbf{x}_u, \mathbf{x}_v$  son similares si se encuentran dentro de una región acotada por un término de distancia épsilon es decir  $d_{u,v} \leq \epsilon$  (ver figura 2). En la figura dos se muestran todos los posibles casos de similitud.



**Figura 2.** Casos posibles para la clasificación de las medidas de similitud.

**c) Modelo de una partícula en un canal de agua con fluido laminar**

Para el modelado de la partícula en el canal recto con agua y flujo laminar es necesario separar el problema en dos partes. La primera consiste en determinar el comportamiento dinámico del flujo laminar usando el conjunto ecuaciones para líquidos descrita en [1]. Mientras que el segundo comportamiento corresponde a la dinámica de la partícula en la cual se utilizaron las ecuaciones de movimiento de Newton [2].

El objetivo del estudio es evaluar la cinética de la posición, velocidad y aceleración de un conjunto de partículas en una corriente con bajo fluido junto con



## “CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

la interacción de la fuerza gravitatoria. Calculando la posición final de la partícula y, aquellas cuyo punto final sea congruente con una  $\epsilon$  determinada serán propuestas en solo clúster.

La ecuación de movimiento de un líquido Newtoniano es descrita por [2]:

$$\Gamma = \mu \frac{du}{dy} \quad (4)$$

donde  $\Gamma$  es la tensión de corte ejercida por el fluido,  $\mu$  la viscosidad del fluido y  $du/dy$  es la velocidad perpendicular a la dirección de corte.

El movimiento de la partícula se modela considerando que se localiza la posición  $x(t)$ , la velocidad  $v(t)$  y la aceleración  $a(t)$  en la segunda ecuación de movimiento de Newton [1] definida por

$$F = m \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

donde  $v$  es la velocidad,  $m$  la masa de la partícula y  $F$  es la fuerza resultante (fuerza de inercia y la fuerza viscosa) que actúa sobre la partícula. Usando este concepto podemos calcular la posición, velocidad y aceleración como

$$x(t) = \frac{F}{m} t^2 + v_0 t + x_0 \quad (6)$$

$$v(t) = \int \frac{F}{m} dt \quad (7)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \quad (8)$$

Enseguida mostramos el modelo computacional empleado.

### d) Algoritmo computacional

El algoritmo computacional que se utilizó para determinar la posición final de las partículas usando la distancia relativa se muestra a continuación.

1. Dado los valores de las trayectorias de movimiento ecuaciones (6-8) se calcular todas las distancias de todas las partículas  $q$  por pares  $d_{u,v}$ , utilizando la





“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

## Resultados

Para ejemplificar la técnica de agrupación jerárquica se utilizaron nueve partículas en movimiento, dentro de un canal rectangular con un flujo laminar. Las partículas y flujo laminar se modelan explícitamente utilizando el conjunto de fluidos newtonianos, formulación (4-8). La figura 4 muestra el canal y nueve partículas antes de ser arrojadas en el fluido laminar.

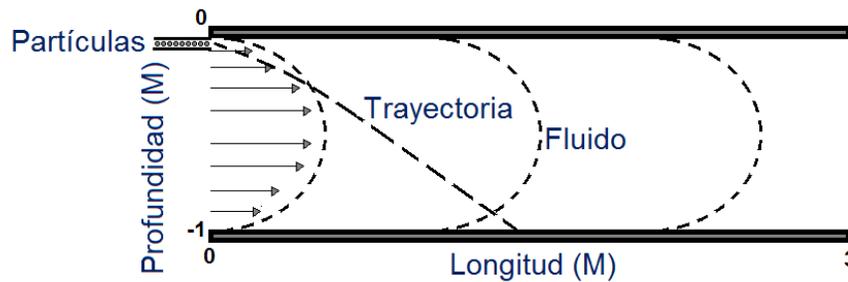


Figura 4. Flujo laminar en 2d del canal rectangular.

Nueve esferas con similar tamaño fueron seleccionadas en la prueba. La tabla 2 muestra las propiedades de cada una de ellas.

Tabla 2  
Propiedades físicas de las nueve partículas

	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$m_7$	$m_8$	$m_9$
Radio (mm)	15.52	15.52	15.51	15.51	16.50	15.50	15.51	15.52	15.51
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	1360	1100	1215	1366	1222	1220	1358	1221	1115

“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

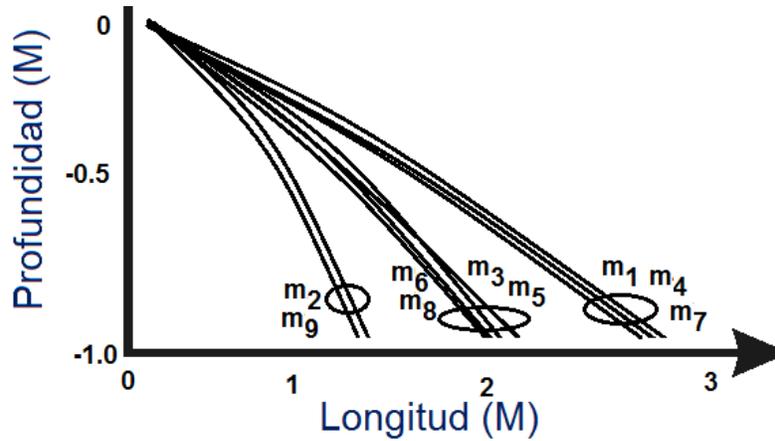


Figura 5. Trayectoria de las nueve partículas.

La figura 6 muestra el comportamiento de las nueve partículas dentro del fluido laminar. Una inspección visual de las trayectorias indica claramente la formación de tres grupos. Tal como fue colaborado por el estudio de agrupación jerárquica mostrado en la figura 6.

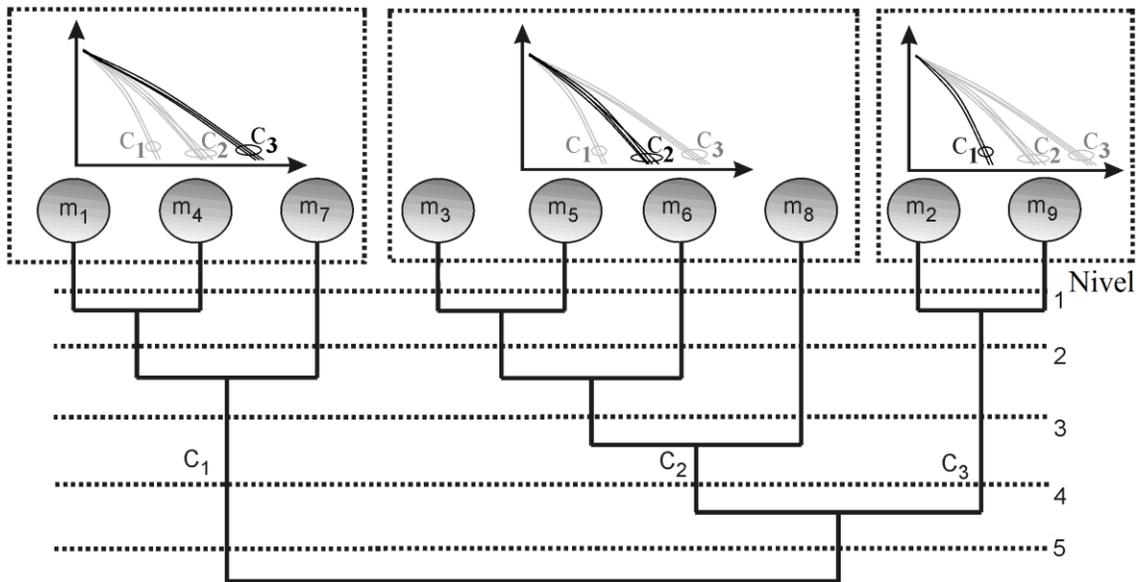


Figura 6. Dendrograma mostrando tres grupos plenamente identificados.



## “CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

# Conclusion

La agrupación de las trayectorias de objetos es un problema complejo. En este trabajo, se propone un método de agrupamiento jerárquico basado en técnicas de reconocimiento de patrones para el análisis automatizado de las trayectorias de movimiento del sistema. La representación de agrupamiento jerárquico tiene varias ventajas sobre otras técnicas más heurísticas permitiendo una detección robusta y con velocidades de procesamiento elevadas.

La dirección inmediata del trabajo será comparar los resultados obtenidos en la agrupación jerárquica con un modelo físico implementado en laboratorio.

# Bibliografía

- [1] J. Dinesh, “Modeling and simulation of a single particle in Laminar Flow Regime of a Newtonian Liquid”, Excerpt from the Proceedings of the COMSOL conference 2009 Bangalore.
- [2] Patankar, N. A., Singh, P., Joseph, D.D. Glowinski, R., and Pan, T. W. (2000). “A new formulation of the distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows” *International Journal of multiphase Flow*.
- [3] Jain K. Anil and Dubes C. R. “Algorithms for clustering data”, Prentice Hall , ISBN 022278-X, pp. 53-66, New Jersey1988.
- [4] J. J. E. Slotine and W. Wang, “A study of synchronization and group cooperation using partial contraction theory”, Springer-Verlag, 2003.
- [5] R. Podmore, “Identification of coherent generators for dynamic equivalents,” *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-97, No. 4, pp. 1344–1354, July/August 1978.
- [6] C. Juarez T., A.R. Messina, D. Ruiz-Vega, “Analysis and control of the inter-area mode phenomenon using selective one-machine infinite bus dynamic



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

equivalents”, *Electric Power Systems Research*, vol. 76, Issue 4, January 2006, Pages 180-193.

- [7] C. Juarez and A.M. Stankovic, “Contraction analysis of power system dynamics using time-varying OMIB equivalents”, in *North American Power Symposium*, Sep. 30 – Oct. 2, 2007.
- [8] T. Schreiber and A. Schmitz, “Classification of time series data with nonlinear similarity measures”, *Physical Review Letters*, vol. 79 (8), 1997, pp. 1475-1478.
- [9] Anderberg M. R. “Cluster analysis for applications”, Academic Press, Inc., New York 1973.
- [10] J. Alon, S. Sclaroff, and G. Kollios, “Discovering clusters in motion time-series data”, Boston University Computer Science Tech. Report No. 2003-008, to appear in *Proc. IEEE CVPR*, Jun. 2003.
- [11] C. Piciarelli and G.L. Foresti “On-line trajectory clustering for anomalous events detection”, *Pattern Recognition Letters*, vol. 27, Issue 15, pp. 1835-1842, Nov. 2006
- [12] Sneath, P. “The application of computers to taxonomy”, *Journal of General Microbiology*, 1957.
- [13] Clifford, H and W. Stephenson, “An introduction to Numerical Taxonomy, New York: Academic Press. 1975.