



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
Multidisciplinario
10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
ISBN: 978-607-95635

“Congreso Internacional de Investigación e Innovación 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de Abril de 2014

Universidad Centro de Estudios Cortazar

Cortazar, Guanajuato, México

UNIVERSIDAD JUÁREZ DEL ESTADO DE DURANGO FACULTAD DE INGENIERÍA, CIENCIAS Y ARQUITECTURA



PROYECCIÓN POBLACIONAL EN LA COMARCA LAGUNERA MEDIANTE UN MODELO ESTOCÁSTICO Y PROCESOS DE MARKOV

¹Ramón Luévanos Rojas, ²Julio Gerardo Lozoya Vélez, ³Arnulfo Luévanos Rojas,
⁴Luis Fernando Luévanos Vázquez

1, 3 DR. y Maestro Investigador de la Facultad de Ingeniería Ciencias y Arquitectura (FICA), UJED, av. Universidad S/N, Apdo. Postal 367-B, Gómez Palacio, Dgo., México, 35070; luera_2000@yahoo.com; arnulfo_2006@hotmail.com; tel./fax: (87) 1715-2017)

2 Maestro en Ciencias e Investigador de la Facultad de Ingeniería Ciencias y Arquitectura (FICA), UJED, av. Universidad S/N, Apdo. Postal 367-B, Gómez Palacio, Dgo., México, 35070; Gerardo_lovez@yahoo.es; tel./fax: (87) 1715-2017)

4 Pasante de la Facultad de Ingeniería Ciencias y Arquitectura (FICA), UJED, av. Universidad S/N, Apdo. Postal 367-B, Gómez Palacio, Dgo., México, 35070; chdedmango_1416@hotmail.com; tel./fax: (87) 1715-2017)



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
Multidisciplinario
10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
ISBN: 978-607-95635

Área Temática: Social

RESUMEN

El objetivo del proyecto de investigación es determinar la cantidad de personas que se mueven dentro del área metropolitana de la región Lagunera, por ejemplo, el porcentaje de personas que viven en Torreón y que emigraran a Gómez y a Lerdo en un periodo de tiempo establecido. A pesar de que sabemos que existen probabilidades de que haya un incremento y flujo de población en cada una de las tres ciudades para los próximos 30 años, no es posible saber con seguridad el valor de esas probabilidades. Por lo tanto, en este documento se estiman las probabilidades de flujo de migración mediante el uso de un modelo estocástico en el cual se aplican los procesos o cadenas de Markov.

. *Palabras clave:* **Población, Procesos Markov, Matrices, Programación Lineal, Modelo Estocástico**

ABSTRACT

The main objective of this Research Project is how to calculate the proportion of the people that tends to move within the metropolitan area of the region lagunera, for example, how to calculate the percentage of population that living in Torreon in the next step will emigrate to Gomez and Lerdo within a established period of time. Despite of we know there are certain probabilities of an increment and population flow in each one of the three mentioned cities for the next 30 years is not possible to know for sure the value of those probabilities. Therefore, in this paper, the migration flow's probabilities are estimated through the application of a stochastic model based on the Markov Chains Theory.

Key words: **Population, Markov Processes, Matrix, Linear Programming, Stochastic Model.**

INTRODUCCIÓN

Los cambios en el medio social son producto de muy diversos factores. Uno del más notable es el crecimiento demográfico. Por ejemplo cada año la población crece y es algo que fácilmente nos permite percibir nuevas situaciones, como la saturación de servicios de transporte, salud, energía eléctrica, educación y suministro de agua, así como las fuentes de trabajo, espacios para esparcimiento y una alta demanda de vivienda [1]. Los procesos de Markov se utilizan para describir diversas situaciones. Son descriptivos porque buscan determinar en forma secuencial las probabilidades de que ocurran o no ciertos eventos. En esta investigación se considera una familia de



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
Multidisciplinario
10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
ISBN: 978-607-95635

modelos dinámicos que son estocásticos considerando lo mencionado anteriormente [2], se pueda predecir el flujo de migración humana entre las tres ciudades que conforman la Comarca Lagunera y de paso determinar la cantidad de personas que se mueven de una ciudad a otra. Dichas ciudades son Torreón, Gómez Palacio y Lerdo. La primera perteneciente al Estado de Coahuila y las otras dos al Estado de Durango, ambas entidades localizadas al norte de la República Mexicana.

METODOLOGIA

La investigación está estructurada en describir brevemente los pasos a seguir, las técnicas y métodos usados para conseguir el conocimiento. Así como también los instrumentos y/o equipo de trabajo utilizados. Inmediatamente después se presenta el cuerpo o contenido principal del informe de la investigación, ordenado en tres apartados restantes que son: Recopilación de datos y cálculo muestral; Análisis y aplicación del modelo e Interpretación de resultados.

Antecedentes

- La migración es un tema compartido dentro de las ciencias sociales, atrayendo el interés de miembros de todas las sub-disciplinas [3].
- La Humanidad hace referencia a los grandes movimientos culturales, económicos, geográficos y políticos que dieron origen a desplazamientos en masa de la población.

§ **Zipf's Inverse distance law (1946).**

§ **Gravity model and the Friction of distance.**

Este modelo es llamado así porque usa la misma formulación que la de Newton.

§ **Stouffer's Theory of intervening opportunities (1940):**



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

Esta teoría describe la probabilidad de migración. La hipótesis es que la probabilidad esta influenciada principalmente por las oportunidades de establecerse en el lugar de destino, que por la distancia o la presión misma de las personas en el lugar de origen.

Finalidad y ubicación de la investigación

- El trabajo realizado tiene como propósito entregar porcentajes de probabilidad para un periodo largo de tiempo que ayuden a predecir la migración interna de individuos en la región lagunera y de esa forma planear la disposición de los recursos.
- La investigación será realizada en La Comarca Lagunera, son tres ciudades, Torreón, Gómez Palacio y Lerdo. La primera perteneciente al estado de Coahuila y las dos últimas al Estado de Durango [4].

Cadenas de Markov, Algebra de matricial y Programación lineal

Cadenas de Markov

Una cadena de Markov es un proceso de Markov que toma valores en un conjunto $I \subseteq \mathbb{Z}$. A estos valores que puede tomar se les llama estados de la cadena e I es el espacio de estados. La propiedad especial de estos procesos es que, dados k instantes $t_1 < \dots < t_k$ cualesquiera y k estados $i_1, \dots, i_k (k \in \mathbb{N})$, se tiene el modelo [5].

(1)

$$P(X(t_1) = i_1, \dots, X(t_k) = i_k) = P(X(t_1) = i_1)P(X(t_2) = i_2|X(t_1) = i_1) \cdots P(X(t_k) = i_k|X(t_{k-1}) = i_{k-1})$$

Algebra de matrices

Las matrices ahora sirven, en particular, para representar los coeficientes de los sistemas de ecuaciones lineales o para representar las aplicaciones lineales; en este último caso las matrices desempeñan el mismo papel que los datos de un vector para las aplicaciones lineales de operaciones [6].

(2)



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

$$\frac{A}{M \times N} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{M1} & a_{M2} & a_{M3} & \dots & a_{MN} \end{bmatrix}$$

Programación lineal

Consiste en optimizar (minimizar o maximizar) la función lineal, o función objetivo y sujetas a restricciones es un sistema de inecuaciones lineales [7].

Las variables son números reales mayores o iguales a cero. $X_i \geq 0$

DESARROLLO, ANÁLISIS Y APLICACIÓN DEL MODELO

Según censos, el total de la población en **Torreón** en el año 2000 es de **529,512** habitantes y de acuerdo a las encuestas solo el 25% tiende a estar dentro de un constante flujo de migración, es decir, *132,378 habitantes*. Y el resto el 75% se asume que no se mueve, podría decirse que permanece en un estado absorbente [8,9]. Se ha determinado que de esa población que vive actualmente en la Ciudad de Torreón el 24% se mudara dentro de la misma ciudad, el 62% se mudara a la Ciudad de Gómez Palacio y el 14% se mudara a Ciudad Lerdo. Tomando como referencia el año cero (año 2000), de la población total en la Comarca Lagunera que es de **915,962**, se obtienen los siguientes datos:

Tabla 1: **Proporciones de población en la comarca lagunera en los años 2000, 2005 y su respectivo porcentaje**

Ciudades	Comarca Lagunera					
	No. Hab.	%	Proporción Poblacional En Mov. 2000	%	Proporción Año 2005	%
Torreón	529,512	58	132,378	70.84	50,323	26.93
Gómez Palacio	273,315	30	40,997	21.94	95,526	51.12
Lerdo	112,435	12	13,492	7.22	41,017	21.95



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

Pob. Tot.	915,262	100	186,867	100	186,867	
------------------	---------	-----	---------	-----	---------	--

Ya que se conocen el patrón de movimientos dentro de la región conurbada de la Laguna, el objetivo es conocer lo siguiente: ¿Qué proporción de la población estará en cada región después de un periodo de 30 años organizado en 6 intervalos y 5 años, para una mejor apreciación de los movimientos?

Tabla 2: **Proporciones de la población que se mueve, para cada ciudad**

Ciudad Origen	Ciudad Destino		
	Torreón	Gómez Palacio	Lerdo
Torreón	0.24	0.62	0.14
Gómez Palacio	0.38	0.20	0.42
Lerdo	0.22	0.39	0.39

Para resumir las principales consideraciones de los procesos de Markov aplicadas al modelo son:

- 1.- Hay incertidumbre con respecto a la ciudad en la que se encontraran las personas después de cierto periodo de tiempo y es posible medir esta incertidumbre a través de probabilidades. Hay un flujo de migración bajo las mismas circunstancias.
- 2.- La ciudad a la que emigre cierta persona depende solo de la ciudad en la que se encontraba.

PRESENTACIÓN DEL MODELO A TRAVÉS DE UN DIAGRAMA DE ÁRBOL Y MEDIANTE ALGEBRA MATRICIAL

- Para explicar el modelo se presenta un método ilustrativo que consiste en utilizar un enfoque de “árbol”. En la *figura 3.1* se muestra el diagrama de árbol para una persona que se encuentra en Torreón en el año 2000.
- Así pues, las probabilidades de encontrarse en cada una de las ciudades en el año 2010 se calculan multiplicando las probabilidades individuales de transición.



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

Por ejemplo, las probabilidades de estar en Torreón en cada uno de los tres intervalos esta dada por $(.24) (.24) = .0576$.

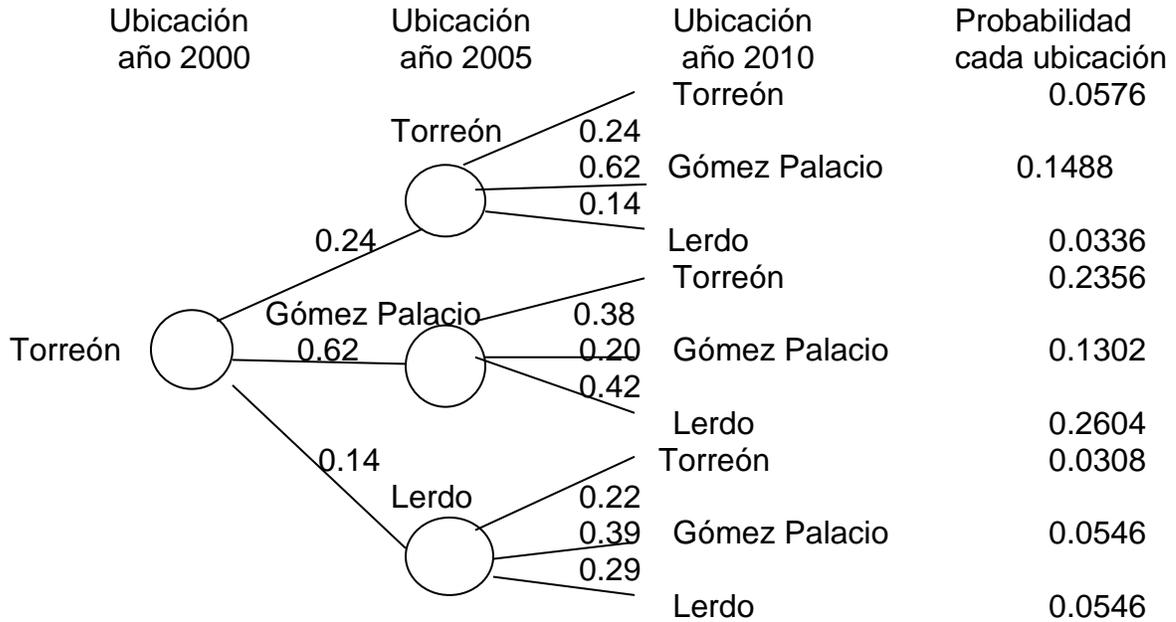


Figura 3.1: Diagrama de árbol para el patrón de movimientos en la comarca lagunera

Por lo tanto, la probabilidad de mudarse dentro de la misma ciudad de Torreón, es decir, cambiarse solamente a otra colonia se obtiene mediante el siguiente cálculo.

P_{ij} (de estar en Torreón en el año 2015 dado que se encontraba en Torreón en el año 2000) = $.0576 + .2356 + .0308 = .32$. Obtenemos que probabilidad hay de que la persona cambie de residencia a Gómez Palacio para el año 2015.

P_{ij} (de estar en Gómez en el año 2015 dado que se encontraba en Torreón en el año 2000) = $.1488 + .1302 + .0546 = .3336$. La probabilidad de estar en Lerdo para el año 2015.

P_{ij} (de estar en Lerdo en el año 2015 dado que se encontraba en Torreón en el año 2000) = $.0336 + .2604 + .0546 = .3486$.

Notación matricial



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

Ahora utilizando notación de matrices, los cálculos para el año 2010 aparecerán de la siguiente manera: Calculo del primer intervalo de 5 años (primer paso)

(3)

$$X = \begin{bmatrix} \cdot & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot P = \begin{bmatrix} \cdot & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & .24 & .62 & .14 \\ S_2 & .38 & .20 & .42 \\ S_3 & .22 & .39 & .39 \end{bmatrix} = PX = \begin{bmatrix} \cdot & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & .24 & .62 & .14 \end{bmatrix}$$

P= Matriz de transición 1er intervalo; X= Vector de probabilidad en Torreón

PX= Vector de probabilidad después de 10 años.

S1 = Estado 1, Torreón; S2 = Estado 2, Gómez Palacio; S3 = Estado 3, Lerdo

Para el año 2015 se repiten los cálculos:

Calculo del segundo intervalo de 5 años (segundo paso)

(4)

$$PX = \begin{bmatrix} \cdot & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & .24 & .62 & .14 \end{bmatrix} \cdot P = \begin{bmatrix} \cdot & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & .24 & .62 & .14 \\ S_2 & .38 & .20 & .42 \\ S_3 & .22 & .39 & .39 \end{bmatrix} = P^2 X = \begin{bmatrix} \cdot & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & .324 & .419 & .349 \end{bmatrix}$$

Donde:

P= Matriz de transición; X= Vector inicial

P2X= Vector de probabilidad después de 2 pasos.

Para calcular la proporción de personas que se encontraran en cada región para el año 2010, simplemente se sustituye la proporción original de personas que se encuentra en cada ciudad y se considera como el vector inicial de probabilidad, es decir, [.2693 .5112 .2195]. Por ello, los cálculos se convierten en:

(5)

$$PX = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .2693 & .5112 & .2195 \end{bmatrix} * P = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .24 & .62 & .14 \\ .38 & .20 & .42 \\ .22 & .39 & .39 \end{bmatrix} = P^2 X = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .3072 & .3548 & .3380 \end{bmatrix}$$

Vector de probabilidades en el año 2005

Matriz transición

Vector de probabilidades en el año 2010



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

Al realizar los mismos cálculos para los siguientes periodos, se muestra lo siguiente:

(6)

$$P^2 X = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .3072 & .3548 & .3380 \end{bmatrix} * P = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .24 & .62 & .14 \\ .38 & .20 & .42 \\ .22 & .39 & .39 \end{bmatrix} = P^3 X = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ .2829 & .3932 & .3238 \end{bmatrix}$$

Vector de probabilidades en el año 2010 Matriz transición Vector de probabilidades en el año 2015

Entonces después de 15 años el 28.29% de la población total se encuentra en la Ciudad de Torreón, el 39.32% esta en la Ciudad de Gómez Palacio y el 32.38% en Ciudad Lerdo.

Tabla 3: Proporciones de la población que se mueve, para cada ciudad

Años	Proporciones según ciudades		
	Torreón	Gómez Palacio	Lerdo
2000	0.7084	0.2191	0.0722
2005	0.2693	0.5112	0.2195
2010	0.3072	0.3548	0.3380
2015	0.2829	0.3932	0.3238
2020	0.2886	0.3804	0.3311
2025	0.2866	0.3841	0.3293
2030	0.2872	0.3829	0.3299

Así que ese patrón de vectores de probabilidad prácticamente iguales indica que se alcanzara una condición de estado estacionario cuando la proporción de personas permanece igual. Esta proporción de estado estacionario se alcanza en el periodo numero 13 y es 28.71% en Torreón, 38.32% en Gómez Palacio y 32.97% en Lerdo.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Tabla 4: Proporciones de la población en la comarca lagunera

Años	Proporción de la población emigrante
------	--------------------------------------



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”

Multidisciplinario

10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México

ISBN: 978-607-95635

Porcentajes	Torreón No. Habitantes	Gómez Palacio No. Habitantes	Lerdo No. Habitantes
2000	132,378	40,997	13,492
%	70.84	21.94	7.22
2005	50,323	95,526	41,017
%	26.93	51.12	21.95
2010	57,406	66,300	63,161
%	30.72	35.48	33.80
2015	52,883	73,476	60,508
%	28.29	39.32	32.38
2020	53,930	71,084	61,872
%	28.86	38.04	33.11
2025	53,556	71,776	61,535
%	28.66	38.41	32.93
2030	53,668	71,551	61,647
%	28.72	38.29	32.99

También, de acuerdo a la matriz de transición, se puede decir que del total de las personas en Torreón en el año 2010 (57,406 personas) 35,592 personas se moverán a Gómez para el año 2015 y 8,037 personas se moverán a la Ciudad de Lerdo para el mismo año.

Análisis de los resultados por ciudad

Para torreón se tiene el siguiente vector de probabilidades: [.24 .62 .14]

Por lo que el 24% de 132,378 personas se moverán dentro de la misma ciudad para el siguiente periodo, el 62% a Gómez y el 14% a Lerdo.

24% = 31,771 ahí mismo; 62% = 82,074 a Gómez; .14% = 15,533 personas a Lerdo.

Realizando el mismo procedimiento para los siguientes periodos se llega a los siguientes resultados :



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
 Multidisciplinario
 10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
 ISBN: 978-607-95635

Tabla 5: Proyección de la población en la comarca

Año	Proyección población en Torreón, Coahuila., Gómez Palacio y Lerdo Durango, Mex.		
	Torreón	Gómez Palacio	Lerdo
2000	529,512	273,315	112,435
2005	564,837	295,891	122,925
2010	602,518	320,332	134,394
2015	642,714	346,792	146,933
2020	685,590	375,437	160,641
2025	731,328	406,449	174,628
2030	780,116	440,022	192,015

CONCLUSIONES.

- Se comenzó con un vector de probabilidad inicial de (S1=.7084 S2=.2194 S3=.0722) y después de 6 pasos se obtuvo el siguiente vector (S1=.2872 S2=.3829 S3=.3299)
- Evidentemente, se observa que el sistema se aproxima a un equilibrio y esta es una característica de las cadenas de Markov.
- Se observa que el flujo mayor de habitantes que se mueven de la ciudad de Torreón se trasladan a la ciudad de Gómez Palacio, Dgo. Mex.
- Se considera que este mismo análisis se puede realizar para las ciudades de Gómez Palacio y Lerdo.

BIBLIOGRAFIA.

[1] Ivonne Boyer Gómez, *Formación Cívica y Ética 2*, Ed. Nuevo México. ed. 1999 México, p. 160

[2] **Markov Processes for stochastic modeling**
 de Masaaki Kijima - 1997 - 341 páginas



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2014”
Multidisciplinario
10 y 11 de abril de 2014, Cortazar, Guanajuato, México
ISBN: 978-607-95635

[3] Internal Migration

James R. Walker. Department of economics. University of Wisconsin-Madison 53706

[4] Enciclopedia de los Municipios de México

Centro Nacional de Estudios Municipales, Secretaría de Gobernación

Los Municipios de Durango, Talleres Gráficos de La Nación, México 1988

[5] Introduction to the Numerical Solution of Markov Chains

William J. Stewart

[6] Introduction to Matrix Theory

With Applications to Business and Economics

by Ferenc Szidarovszky (University of Arizona, USA) & Sándor Molnár (Szent Istvan University, Hungary)

[7] Introducción al álgebra lineal

Larson, Edwards. Editorial: Limusa.

[8] Cuaderno estadístico municipal

Gómez Palacio Durango, INEGI, Ed. 2001

[9] Cuaderno estadístico municipal

Lerdo Durango, INEGI, Ed. 2001